

Physikalisches Praktikum

Pohlsches Rad

Freie und erzwungene Schwingungen

Autoren:
Markus Krieger
Nicolai Löw

Erstellungsdatum: 4. Juni 2000

Disclaimer:

Alle von mir im Internet unter <http://www.krieger-online.de> veröffentlichten Versuchsberichte sind lediglich als Anhaltspunkt für eine eigene Ausführung einer Versuchsbeschreibung gedacht. Ich widerspreche ausdrücklich einer 1:1-Kopie (also kopieren, abschreiben, abschnappen etc.).

Einer Veröffentlichung hat der/die entsprechende VersuchspartnerIn zugestimmt.

Alle Texte, Grafiken und Listings dienen lediglich als Orientierung für eine eigene Ausarbeitung.

Diese Versuchsberichte wurden alle von verschiedenen Professoren, die hier ausdrücklich nicht genannt werden, meist mit „gut“ testiert.

Trotzdem können in den Berichten Fehler vorhanden sein, deshalb übernehme ich keine Gewähr für die Richtigkeit und Vollständigkeit. Außerdem können sich die Versuche – genauso wie die Technik – im Laufe der Zeit weiterentwickeln und verändern, so daß diese Ausarbeitung nicht mehr aktuell ist.

Ich bitte zu bedenken, daß die Praktika (mit Erstellung einer schriftlichen Ausarbeitung) als eine Hilfe für die Studierenden gedacht sind, Praxis zu gewinnen und sich praktisch in die Materie einzuarbeiten.

Markus Krieger im April 2000.

Inhaltsverzeichnis

1	Aufgabenstellung	3
2	Grundlagen	3
3	Versuchsbeschreibung	3
4	Bestimmung der Eigenfrequenz des Pohlschen Rades	4
4.1	Versuchsdurchführung	4
4.2	Meßergebnisse	4
4.3	Auswertung und Fehlerbetrachtung	4
5	Bestimmung der Dämpfungskonstante ρ bei freier Schwingung	5
5.1	Grundlagen	5
5.1.1	Wirbelstrombremse	5
5.2	Versuchsdurchführung	5
5.3	Fehlerbetrachtung	7
5.4	Auswertung	7
6	Untersuchung der Frequenzabhängigkeit der Amplitude bei erzwungener Schwingung	8
6.1	Grundlagen	8
6.2	Versuchsdurchführung	8
6.3	Auswertung	9
7	Beweis der mathematischen Funktion für Resonanzfrequenz und Maximalamplitude	9

1 Aufgabenstellung

In diesem Versuch soll der Verlauf von periodischen Schwingungen im gedämpften Zustand untersucht werden. Dies wird einmal für freie und einmal für erzwungene Schwingungen durchgeführt. Zu ermitteln sind die Eigenfrequenz des Pohlschen Rades, die Dämpfungskonstante ρ bei freier Schwingung, die Frequenzabhängigkeit der Amplitude bei erzwungener Schwingung sowie der mathematische Beweis für die Funktion der Resonanzfrequenz ω_{res} und der Maximalamplitude $\varphi_{0,res}$.

2 Grundlagen

Wird ein schwingungsfähiges Drehsystem ausgelenkt und dann frei schwingen lassen, schwingt das System mit der Kreisfrequenz ω_0 , der Eigenfrequenz, frei weiter, bis es durch die Dämpfung stehenbleibt.

Wirkt auf dieses Drehsystem von außen ein periodisches Drehmoment mit der Kreisfrequenz ω_a , dann stellt sich nach dem Abklingen des Einschwingvorgangs ein stabiler Schwingungszustand ein, in dem das System mit der Kreisfrequenz ω_0 schwingt, auch wenn ω_a nicht mit der Eigenfrequenz ω_0 des Systems übereinstimmt. Diese Art der Schwingung heißt erzwungene Schwingung. Die sich einstellende Schwingungsamplitude ist stark von ω_a abhängig. Die beiden Schwingungen addieren sich zu einer Gesamtschwingung. Liegt die Anregungsfrequenz der erzwungenen Schwingung nahe der Eigenfrequenz, so wird die Amplitude des Systems immer höher, da zu der Anregungsenergie die im System schon vorhandene Energie der freien Schwingung bei einer ähnlichen Frequenz überlagert und addiert wird. Die Amplitude wächst bis zu einem Punkt, der von der Dämpfung abhängt, immer weiter. Sie erreicht bei schwacher Dämpfung ein ausgeprägtes Maximum nahe bei $\omega_a = \omega_0$, dem Resonanzpunkt. Bei starker Dämpfung ist das Maximum schwächer und liegt unterhalb der Eigenfrequenz.

3 Versuchsbeschreibung

Das Pohlsche Rad besteht aus einem Kupferring, der auf einer Achse möglichst reibungsfrei gelagert und an dem eine Spiralfeder befestigt ist. Die Amplitude kann über einen Zeiger und eine Skala abgelesen werden. Desweiteren ist die Feder mittels eines Exzenters mit einem drehzahlvariablen Elektromotor verbunden, der eingeschaltet werden kann, um dem Pohlschen Rad Schwingungen aufzuzwingen. Durch den Motor wird das Federende periodisch bewegt und so auf das Rad ein Drehmoment ausgeübt. Eine Wirbelstrombremse sorgt für die Dämpfung. Dazu läuft der Kupferring durch einen Elektromagneten, der über den Spulenstrom eingestellt werden kann. Vor Beginn der Messung muß das System entmagnetisiert werden.

4 Bestimmung der Eigenfrequenz des Pohlschen Rades

4.1 Versuchsdurchführung

Die Eigenfrequenz wird aus der Schwingungsdauer bestimmt. Dazu wird die Zeit für z.B. 10 aufeinanderfolgender Schwingungen gezählt. Diese Zeit wird durch die Anzahl der Schwingungen geteilt. Als Ergebnis erhält man die Periodendauer für eine Schwingung. Mit dem Kehrwert der Periodendauer wird die Frequenz errechnet. Diese Messung sollte mehrmals durchgeführt werden, um einen möglichst genauen Wert für die Periodendauer zu erhalten.

4.2 Meßergebnisse

Versuch	$T_{10}[s]$
1	18,81
2	18,85
3	18,80
4	18,77
5	18,80
6	18,96
7	18,92
8	18,93
9	18,99
10	18,90

4.3 Auswertung und Fehlerbetrachtung

Der Durchschnitt \bar{T}_{10} der 10 Meßwerte beträgt $18,873s$ für 10 Schwingungen. Die Standardabweichung beträgt $0,077s$. Als Fehler für die Reaktionszeit wurde $\pm 0,2s$ angenommen. Einen Fehler der Stoppuhr wurde nicht betrachtet, da dieser mit Sicherheit viel kleiner ist als der Fehler für die Reaktionszeit. Aus dem absolutem Fehler errechnet sich der relative Fehler aus Standardabweichung und Reaktionszeit

$$\frac{\Delta T}{\bar{T}_{10}} = \frac{0,277s}{18,873s} = 1,47\% \quad (1)$$

So ergibt sich eine Periodendauer von

$$T_1 = \frac{T_{10}}{10} = 1,8873s \pm 1,47\% = 1,8873s \pm 0,0277s \quad (2)$$

Die Eigenfrequenz ergibt sich aus

$$f_{Eigen} = \frac{1}{T_1} = \frac{1}{1,8873s} = 0,53Hz \quad (3)$$

Da der relative Fehler gleich bleibt, ergibt sich für die Eigenfrequenz $f_{Eigen} = 0,53Hz \pm 1,47\% = 0,53Hz \pm 7,7mHz$.

Die Periodendauer ändert sich nicht für verschiedene Amplituden. Dies wurde durch die Versuche bestätigt.

5 Bestimmung der Dämpfungskonstante ρ bei freier Schwingung

5.1 Grundlagen

Jedes schwingungsfähige System, im diesem Falle das Pohlsche Rad, hat eine charakteristische Frequenz: die Eigenfrequenz. Wird dem System nun Energie zugeführt (hier: Auslenkung des Zeigers), schwingt das System theoretisch unendlich lange weiter, doch durch Verluste (z.B. Reibung) wird die Amplitude immer kleiner, bis zum Schluß das System seine Ruhelage erreicht. Um das Rad noch stärker zu dämpfen, kann noch eine Wirbelstrombremse eingeschaltet werden. Die Dämpfungen der freien Schwingung und drei gedämpften Schwingungen werden in diesem Versuch ermittelt.

5.1.1 Wirbelstrombremse

Man kann sich das Kupferrad aus Kreisleitern zusammengesetzt denken. Beim Ein- und Austritt in das Magnetfeld des Elektromagneten wird ein Induktionsstrom erzeugt, auf dem durch das Magnetfeld eine bremsende Kraft ausgeübt wird. So entsteht eine fein einstellbare Dämpfungsvorrichtung, deren Dämpfung proportional der Umfangsgeschwindigkeit des Kupferrings und damit proportional der Winkelgeschwindigkeit der Drehbewegung.

5.2 Versuchsdurchführung

Die Dämpfungskonstante wird rechnerisch ermittelt. Dazu wird erst die Amplitude der freien Schwingung und danach die Amplitude der gedämpften Schwingung (bei einer Dämpfung durch die Wirbelstrombremse, durch die ein Strom vom 0,2A, 0,4A und 0,6A fließt) als Funktion der Zeit gemessen und nach der Funktion graphisch aufgetragen. Durch die verschiedenen Wirbelstromdämpfungen kann die Abhängigkeit der Dämpfungskonstanten von der Erregerstromstärke des Magneten angegeben werden.

Die Dämpfungskonstante errechnet sich über

$$\rho = \frac{1}{T} \cdot \ln \frac{A_n}{A_{n+1}} \quad (4)$$

wobei A_n bzw. A_{n+1} aufeinanderfolgende Amplituden sind. Aus den 10 Meßreihen wird der Mittelwert gebildet. Zwischen den 15 (10 bei einer Dämpfung von 0,6A) aufeinanderfolgenden Amplituden können nun mit Gl.(4) 14 (9 bei 0,6A) Dämpfungskonstanten errechnet werden. Die Abweichungen der einzelnen Meßwerte untereinander sind nicht sehr groß (siehe in der Tabelle unter den einzelnen Meßreihen).

So ergeben sich für eine Dämpfung von

Dämpfung	$\bar{\rho} [\frac{1}{s}]$	Standardabweichung $[\frac{1}{s}]$	mittl.Fehler $[\frac{1}{s}]$
keine	$7,61 \cdot 10^{-3}$	$0,62 \cdot 10^{-3}$	$0,166 \cdot 10^{-3}$
0,2A	$41,31 \cdot 10^{-3}$	$3,34 \cdot 10^{-3}$	$0,892 \cdot 10^{-3}$
0,4A	$167,48 \cdot 10^{-3}$	$32,64 \cdot 10^{-3}$	$8,724 \cdot 10^{-3}$
0,6A	$335,32 \cdot 10^{-3}$	$29,42 \cdot 10^{-3}$	$9,807 \cdot 10^{-3}$

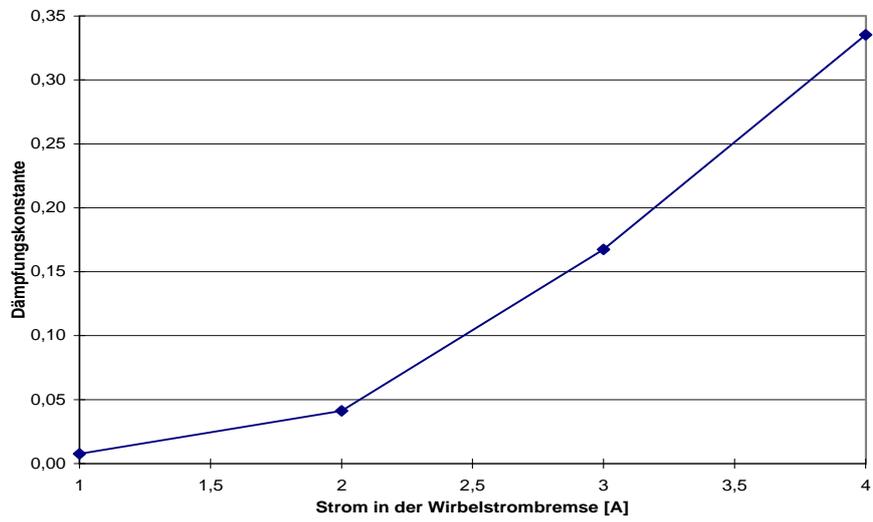


Abbildung 1: Dämpfungen

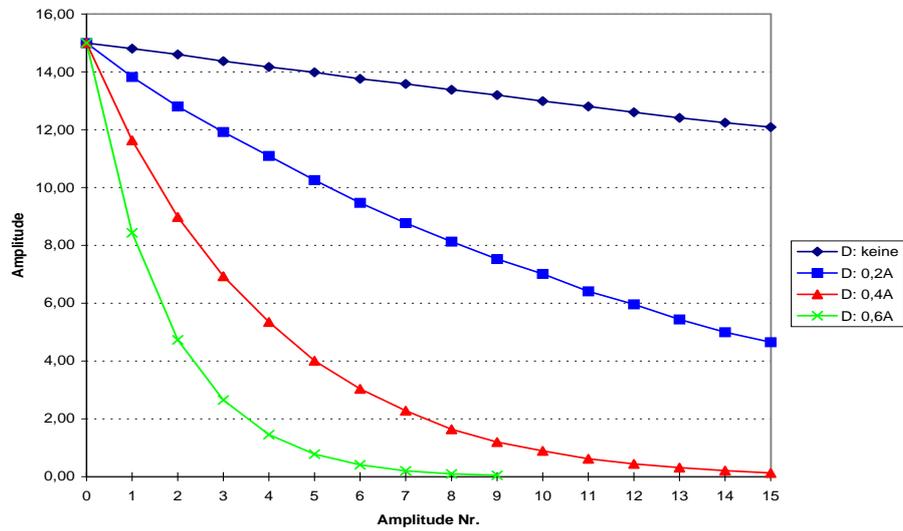


Abbildung 2: Amplitudenvergleich

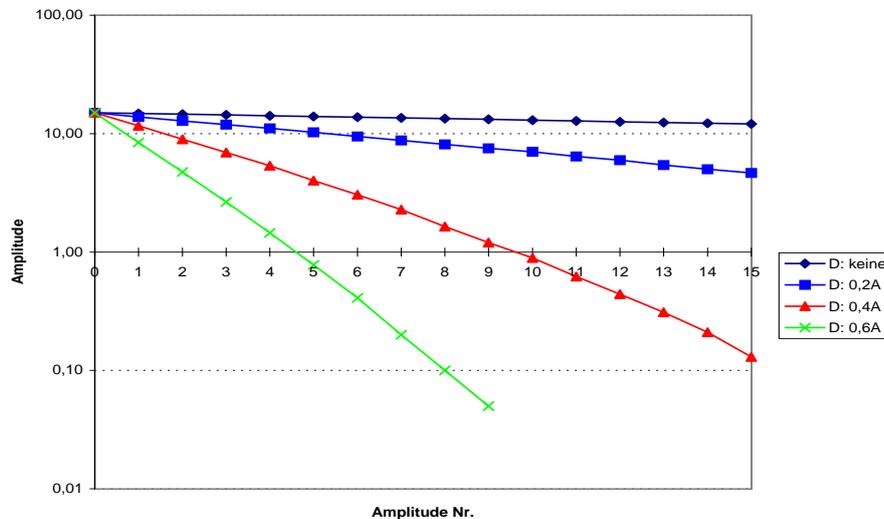


Abbildung 3: Amplitudenvergleich logarithmisch

5.3 Fehlerbetrachtung

Bei der Durchführung der Versuche wurde von einem absolutem Ablesefehler von $\pm 0,2$ Einheiten auf der Skala ausgegangen. Durch die mehrfache Durchführung der Meßreihen kann dieser Fehler aber kleiner angesetzt werden. Es wird von einem Fehler der Dämpfungskonstante von $\Delta\rho = 5\%$ ausgegangen.

5.4 Auswertung

Die Schwingung der freien Schwingung läßt sich durch die Bewegungsgleichung (eine Differentialgleichung)

$$J \cdot \ddot{\varphi} + k \cdot \dot{\varphi} + D \cdot \varphi = 0 \quad (5)$$

bzw.

$$\ddot{\varphi} + \frac{k}{J} \cdot \dot{\varphi} + \frac{D}{J} \cdot \varphi = 0 \quad (6)$$

ausdrücken (homogene Dgl. zweiter Ordnung), wobei $J \cdot \ddot{\varphi}$ das Trägheitsmoment, $k \cdot \dot{\varphi}$ das Reibungsmoment und $D \cdot \varphi$ das Rückstellmoment ist. Die allgemeine mathematische Lösung für 6 lautet

$$\varphi = \varphi_1 \cdot e^{\lambda_1 \cdot t} + \varphi_2 \cdot e^{\lambda_2 \cdot t} \quad (7)$$

mit $\lambda = -\rho \pm i\omega$. Mit den Anfangsbedingungen $\dot{\varphi}_0 = 0$ (Anfangswinkelgeschwindigkeit) und $\varphi_{max} = \varphi_0 \cdot \cos \gamma$ (Anfangswinkelauslenkung) ergibt sich

$$\varphi(t) = \varphi_0 \cdot e^{-\rho \cdot t} \cdot \cos(\omega' t + \gamma) \quad (8)$$

wobei φ_0 die Anfangsamplitude und γ die Phasenkonstante (Auslenkung bei $t = 0$) sind.

Die Dämpfungskonstanten sind von dem Strom in der Wirbelstrombremse nicht linear, sondern exponential abhängig, wie aus der Graphik (Abb.1) ersichtlich wird.

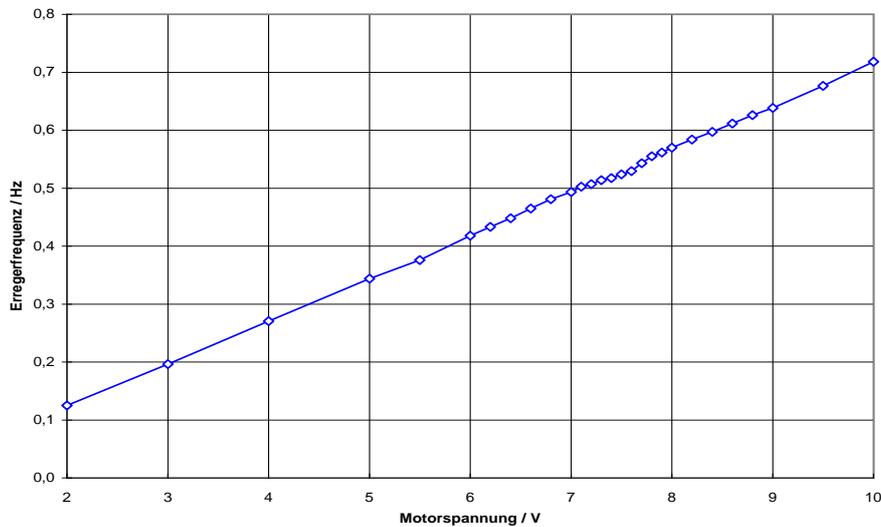


Abbildung 4: Verhältnis Motorspannung zu Drehzahl

6 Untersuchung der Frequenzabhängigkeit der Amplitude bei erzwungener Schwingung

6.1 Grundlagen

Bei einer erzwungenen Schwingung wirkt auf das System neben der freien Schwingung eine zusätzliche Schwingung von außen ein, die der ersten überlagert wird und zu einer neuen Schwingung führt. Je nach Zeitpunkt der Schwingung kann die von außen zugeführte Schwingung die im Rad vorhandene Schwingung auslöschen (man spricht dann von negativer Interferenz) oder verstärken (positive Interferenz). Je näher man mit der äußeren Frequenz an die Resonanzfrequenz kommt, desto stärker wird die Auslenkung, bis sie im Resonanzfall (die von außen einwirkende Frequenz entspricht der Eigenfrequenz des Rades) die maximale Amplitude erreicht. Im ungedämpften Fall würde es zu einer Resonanzkatastrophe kommen, da das Rad von außen immer mehr Energie aufnehmen und diese nicht mehr abgeben würde, bis es zu einem unkontrollierbaren Zustand kommt.

6.2 Versuchsdurchführung

Die über die Motordrehzahl einstellbare Anregungsfrequenz führt nach einer Einschwingphase zu einem stationärem Schwingungszustand. Die Motorspeisespannung und damit die Motordrehzahl wird in geeigneten Schritten variiert; die Dämpfungen entsprechen denen der freien Schwingung in 5.2.

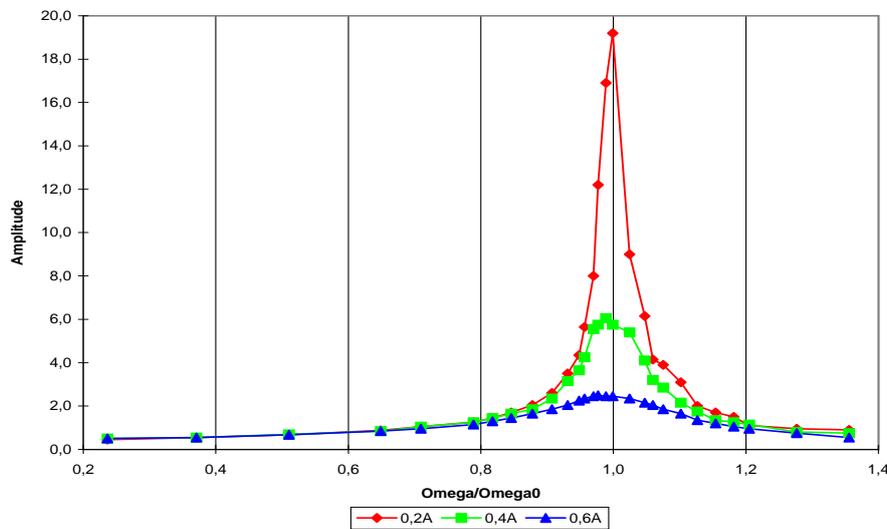


Abbildung 5: Resonanzkurven

6.3 Auswertung

Die Motordrehzahl hängt linear von der Motorversorgungsspannung ab (Abb.4) Die kleinen Abweichungen kommen durch die menschliche Reaktionszeit zustande und könnten durch mehrere Meßreihen weiter minimiert werden.

In Grafik (Abb.5) sind die Amplituden bei verschiedener Dämpfung gegen das Verhältnis ω/ω_0 aufgetragen. Daraus können zwei Tatsachen abgelesen werden: Bei einer bestimmten Frequenz ($\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$) wird die Amplitude maximal, der sogenannten Resonanzfrequenz. Außerdem sieht man deutlich, daß der Resonanzpunkt bei Dämpfung bei einer niedrigerer Frequenz als dem Verhältnis $\frac{\omega}{\omega_0} = 1$ eintritt. Bei ungedämpfter Schwingung wird die Amplitude im Resonanzfall unendlich groß.

7 Beweis der mathematischen Funktion für Resonanzfrequenz und Maximalamplitude

Im Falle der Resonanz muß die Amplitude ein Maximum haben. Die Amplitude der Schwingung berechnet sich aus

$$\varphi_0 = \frac{A}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4 \cdot \rho^2 \omega^2}} = A \cdot ((\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\rho^2 \omega^2)^{-\frac{1}{2}} \quad (9)$$

wobei ω_0 die Kreisfrequenz der ungedämpften Schwingung und ω die aktuelle Kreisfrequenz sind.

Um mathematisch das Maximum bestimmen zu können, muß die erste Ableitung gleich Null gesetzt werden, die sich folgendermaßen berechnet:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \varphi_0}{\partial \omega} &= \overbrace{A \cdot ((\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\rho^2 \omega^2)^{-\frac{3}{2}} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)}^{\text{äußere Ableitung}} \cdot \overbrace{(4\omega^3 - 4\omega\omega_0^2 + 8\rho^2 \omega)}^{\text{innere Ableitung}} \quad (10) \\
 &= A \cdot ((\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\rho^2 \omega^2)^{-\frac{3}{2}} \cdot (-1) \cdot (2\omega^3 - 2\omega\omega_0^2 + 4\rho^2 \omega) \\
 &= A \cdot ((\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\rho^2 \omega^2)^{-\frac{3}{2}} \cdot 2 \cdot (-\omega^3 + \omega\omega_0^2 - 2\rho^2 \omega) \\
 &= A \cdot ((\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\rho^2 \omega^2)^{-\frac{3}{2}} \cdot 2 \cdot \omega \cdot (\omega_0^2 - \omega^2 - 2\rho^2) \\
 &= \frac{A \cdot 2 \cdot \omega \cdot (\omega_0^2 - \omega^2 - 2\rho^2)}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4 \cdot \rho^2 + \omega^2}} \quad (11)
 \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \varphi_0}{\partial \omega} = 0 = \frac{A \cdot 2 \cdot \omega \cdot (\omega_0^2 - \omega^2 - 2\rho^2)}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4 \cdot \rho^2 + \omega^2}} \quad (12)$$

$$0 = A \cdot 2 \cdot \omega \cdot (\omega_0^2 - \omega^2 - 2\rho^2)$$

$$0 = \omega_0^2 - \omega^2 - 2\rho^2$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 - 2\rho^2$$

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - 2\rho^2} \quad q.e.d. \quad (13)$$

Eingesetzt in die Gleichung(9) ergibt sich für die Amplitude im Resonanzfall

$$\begin{aligned}
 \varphi_0 &= \frac{A}{\sqrt{(\omega_0^2 - \sqrt{\omega_0^2 - 2\rho^2})^2 + 4 \cdot \rho^2 \cdot \sqrt{\omega_0^2 - 2\rho^2}}} \quad (14) \\
 &= \frac{A}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_0^2 + 2\rho^2)^2 + 4 \cdot \rho^2 \cdot (\omega_0^2 - 2\rho^2)}} \\
 &= \frac{A}{\sqrt{(2\rho^2)^2 + 4\rho^2 \omega_0^2 - 4\rho^2 \cdot 2\rho^2}} \\
 &= \frac{A}{\sqrt{4\rho^4 + 4\rho^2 \omega_0^2 - 8\rho^4}} \\
 &= \frac{A}{\sqrt{4\rho^2 \omega_0^2 - 4\rho^4}} \\
 &= \frac{A}{\sqrt{4\rho^2(\omega_0^2 - \rho^2)}} \\
 &= \frac{A}{2\rho \sqrt{(\omega_0^2 - \rho^2)}} \quad q.e.d. \quad (15)
 \end{aligned}$$

Freie und gedämpfte Schwingungen															rho	
freie	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	15,0	14,8	14,6	14,2	14,0	13,8	13,6	13,4	13,2	12,8	12,8	12,6	12,4	12,2	12,0	
2	15,0	14,8	14,6	14,4	14,2	14,0	13,8	13,6	13,4	13,2	13,0	12,8	12,6	12,4	12,2	12,0
3	15,0	14,8	14,6	14,4	14,2	14,0	13,8	13,6	13,4	13,2	13,0	12,8	12,6	12,4	12,2	12,2
4	15,0	14,8	14,6	14,4	14,2	14,0	13,8	13,6	13,4	13,2	13,0	12,8	12,6	12,4	12,2	12,1
5	15,0	14,8	14,6	14,4	14,2	14,0	13,8	13,6	13,4	13,2	13,0	12,8	12,6	12,4	12,3	12,2
6	15,0	14,8	14,6	14,4	14,2	14,0	13,8	13,6	13,4	13,2	13,0	12,8	12,6	12,4	12,2	12,1
7	15,0	14,8	14,6	14,3	14,2	14,0	13,5	13,6	13,4	13,2	13,1	12,8	12,6	12,4	12,3	12,0
8	15,0	14,8	14,6	14,4	14,2	14,0	13,8	13,6	13,4	13,2	13,0	12,8	12,6	12,4	12,3	12,1
9	15,0	14,8	14,6	14,4	14,1	14,0	13,8	13,6	13,4	13,2	13,0	12,8	12,6	12,4	12,2	12,1
10	15,0	14,8	14,6	14,4	14,2	14,0	13,9	13,6	13,4	13,2	13,0	12,8	12,6	12,4	12,3	12,1
Durchsch	15,00	14,80	14,60	14,37	14,17	13,98	13,76	13,58	13,38	13,20	12,99	12,80	12,60	12,41	12,24	12,09
rho	0,00710	0,00720	0,00840	0,00742	0,00714	0,00839	0,00697	0,00785	0,00717	0,00849	0,00780	0,00833	0,00804	0,00730	0,00652	0,00761
Standardabweichung																0,00062
D: 0,2A	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	15,0	13,8	12,6	11,8	10,9	10,0	9,3	8,5	7,8	7,4	6,8	6,2	5,8	5,4	4,8	4,6
2	15,0	13,6	12,6	11,7	11,0	10,2	9,4	8,8	8,0	7,5	6,9	6,3	5,8	5,4	4,9	4,6
3	15,0	13,6	12,6	11,8	11,0	10,3	9,5	8,8	8,1	7,5	7,0	6,4	6,0	5,5	5,0	4,8
4	15,0	13,8	12,8	11,9	11,0	10,3	9,5	8,7	8,0	7,5	7,0	6,4	6,0	5,4	5,0	4,6
5	15,0	13,8	12,8	11,9	11,0	10,3	9,5	8,8	8,2	7,6	7,0	6,5	5,9	5,4	5,0	4,6
6	15,0	13,9	12,9	12,0	11,2	10,3	9,5	8,7	8,3	7,5	7,0	6,6	6,0	5,4	5,2	4,6
7	15,0	13,9	12,9	12,0	11,2	10,2	9,5	9,0	8,2	7,6	7,2	6,5	6,1	5,5	5,0	4,6
8	15,0	13,9	12,9	12,0	11,2	10,4	9,5	8,8	8,2	7,6	7,0	6,4	6,0	5,5	5,0	4,8
9	15,0	14,0	13,0	12,1	11,2	10,3	9,5	8,8	8,3	7,6	7,2	6,3	6,0	5,4	5,0	4,6
10	15,0	13,9	12,9	12,0	11,2	10,3	9,5	8,8	8,2	7,5	7,0	6,5	6,0	5,5	5,1	4,7
Durchsch	15,00	13,82	12,80	11,92	11,09	10,26	9,47	8,77	8,13	7,53	7,01	6,41	5,96	5,44	5,00	4,65
rho	0,04335	0,04057	0,03769	0,03819	0,04116	0,04239	0,04063	0,04009	0,04056	0,03786	0,04734	0,03851	0,04830	0,04462	0,03840	0,04131
Standardabweichung																0,00334

Tabelle 1: Meßreihen Teil 1 (freie Schwingungen)

D: 0,4A	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	15,0	11,6	9,0	6,6	5,2	3,8	2,8	2,0	1,4	1,0	0,8	0,7	0,4	0,3	0,2	0,1
2	15,0	11,6	9,0	6,8	5,1	4,0	3,0	2,1	1,5	1,1	0,8	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1
3	15,0	11,6	9,0	7,0	5,3	4,0	3,0	2,4	1,7	1,3	1,0	0,7	0,5	0,4	0,3	0,2
4	15,0	12,0	9,0	7,0	5,4	4,1	3,0	2,3	1,7	1,3	1,0	0,7	0,5	0,4	0,3	0,3
5	15,0	11,7	9,0	7,0	5,3	4,0	3,0	2,3	1,7	1,3	0,9	0,6	0,4	0,3	0,2	0,1
6	15,0	11,6	9,0	7,0	5,4	4,0	3,1	2,3	1,7	1,2	1,0	0,6	0,4	0,2	0,2	0,1
7	15,0	11,5	8,8	6,9	5,3	4,0	3,1	2,3	1,6	1,2	0,8	0,6	0,4	0,2	0,1	0,1
8	15,0	11,5	9,0	7,0	5,6	4,0	3,1	2,5	1,6	1,2	0,9	0,6	0,4	0,3	0,2	0,1
9	15,0	11,6	9,0	7,0	5,5	4,1	3,2	2,4	1,7	1,2	0,8	0,6	0,5	0,3	0,2	0,1
10	15,0	11,6	9,0	7,0	5,4	4,1	3,1	2,2	1,8	1,2	0,9	0,6	0,5	0,4	0,2	0,1
Durchsch	15,00	11,63	8,98	6,93	5,35	4,01	3,04	2,28	1,64	1,20	0,89	0,62	0,44	0,31	0,21	0,13
rho	0,13464	0,13682	0,13711	0,13691	0,15254	0,14653	0,15221	0,17433	0,16528	0,15812	0,19127	0,18145	0,18529	0,20607	0,25374	0,16749
Standardabweichung																0,03264
D: 0,6A	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9						
1	15,0	8,3	4,6	2,6	1,4	0,8	0,4	0,2	0,1	0,05						
2	15,0	8,3	4,6	2,6	1,4	0,8	0,4	0,2	0,1	0,05						
3	15,0	8,3	4,6	2,6	1,4	0,8	0,4	0,2	0,1	0,05						
4	15,0	8,3	4,6	2,6	1,4	0,8	0,4	0,2	0,1	0,05						
5	15,0	8,3	4,6	2,6	1,4	0,8	0,4	0,2	0,1	0,05						
6	15,0	8,5	4,8	2,6	1,6	0,8	0,5	0,2	0,1	0,05						
7	15,0	8,6	4,8	2,7	1,4	0,7	0,4	0,2	0,1	0,05						
8	15,0	8,6	4,9	2,7	1,5	0,7	0,4	0,2	0,1	0,05						
9	15,0	8,5	4,9	2,8	1,5	0,8	0,4	0,2	0,1	0,05						
10	15,0	8,6	4,9	2,7	1,5	0,8	0,4	0,2	0,1	0,05						
Durchsch	15,00	8,43	4,73	2,65	1,45	0,78	0,41	0,20	0,10	0,05						
rho	0,30490	0,30575	0,30654	0,31905	0,32806	0,34028	0,37981	0,36674	0,36674							0,33532
Standardabweichung																0,02942

Tabelle 2: Meßreihen Teil 2 (freie Schwingungen)

U_{motor}/V	T_{10Umd}/s	T/s	f/Hz	ω/ω_0	Auslenkungen		
					0,2A	0,4A	0,6A
2	79,87	7,987	0,125	0,236	0,45	0,50	0,50
3	50,91	5,091	0,196	0,371	0,55	0,55	0,55
4	36,96	3,696	0,271	0,511	0,68	0,70	0,68
5	29,09	2,909	0,344	0,649	0,88	0,85	0,85
5,5	26,60	2,660	0,376	0,710	1,05	1,05	0,95
6	23,92	2,392	0,418	0,789	1,25	1,25	1,15
6,2	23,08	2,308	0,433	0,818	1,45	1,45	1,30
6,4	22,31	2,231	0,448	0,846	1,70	1,65	1,45
6,6	21,50	2,150	0,465	0,878	2,05	1,85	1,65
6,8	20,80	2,080	0,481	0,907	2,60	2,35	1,85
7	20,27	2,027	0,493	0,931	3,50	3,15	2,05
7,1	19,90	1,990	0,503	0,948	4,35	3,65	2,25
7,2	19,73	1,973	0,507	0,957	5,65	4,25	2,35
7,3	19,46	1,946	0,514	0,970	8,00	5,55	2,45
7,4	19,32	1,932	0,518	0,977	12,20	5,75	2,50
7,5	19,09	1,909	0,524	0,989	16,90	6,05	2,45
7,6	18,89	1,889	0,529	0,999	19,20	5,75	2,45
7,7	18,42	1,842	0,543	1,025	9,00	5,40	2,35
7,8	18,02	1,802	0,555	1,047	6,15	4,10	2,15
7,9	17,81	1,781	0,561	1,060	4,15	3,20	2,05
8	17,55	1,755	0,570	1,075	3,90	2,85	1,85
8,2	17,13	1,713	0,584	1,102	3,10	2,15	1,65
8,4	16,75	1,675	0,597	1,127	2,00	1,75	1,35
8,6	16,35	1,635	0,612	1,154	1,70	1,35	1,20
8,8	15,97	1,597	0,626	1,182	1,50	1,25	1,05
9	15,66	1,566	0,639	1,205	1,10	1,15	0,95
9,5	14,78	1,478	0,677	1,277	0,95	0,80	0,75
10	13,92	1,392	0,718	1,356	0,90	0,75	0,55

Tabelle 3: Meßreihen Teil 3 (erzwungene Schwingungen)