

## 623 Wärmeleitung

Die Zusammenhänge bei der Wärmedämmung eines Hauses sind im üblichen „gymnasialen Physikunterricht“ ein relatives Stiefkind. Wenn man die Literatur zu dieser Thematik liest, muss man den Eindruck bekommen, dass es sich um ein ganz komplexes Thema handelt, von dem man lieber die Hände lässt. Das werden einem Begriffe wie spezifische Wärmeleitwerte, k-Werte, Wärmedurchgangskoeffizienten, Wärmeübergangskoeffizienten, Gesamt-Isolations-k-Werte ... um die Ohren gehauen. Man könnte fast den Eindruck gewinnen, dass jeder Autor seine eigene Begriffswelt zusammenstellt - nicht selten inkonsistent – und ganz sicher wenig strukturiert ... Diese Ausgangslage wirkt entweder abstoßend – oder motivierend, hier eine sinnvolle Struktur zu entdecken.

Wenn man die Wärmelehre aber an den Alltagsbezug anbinden will, kann man die „Gebäudeisolation“ – trotz der Abschreckenden Wirkung der Darstellungen - kaum ausklammern. Wenn man dazu von Elternseite und anderen Sponsoren eine Infrarotkamera an der Schule bekommen hat, die dazu eingesetzt wird, das Schulgebäude und die Elternhäuser zu „vermessen“ (Wärmelecks zu entdecken), muss man ins „kalte Wasser“ (sprich: Wärmeisolationsthema) springen.

Es gibt sicher verschiedene Wege, sich diese Thematik „strukturiert“ zu erschließen – einen Weg, den wir gegangen sind, kann ich wirklich nur empfehlen. Aus der Klasse 7/8 sind wesentliche Grundlagen aus der E-Lehrer bekannt. Im Block 9/10 können sich dann die Schülerinnen und Schüler in Teamarbeit – mit erstaunlich wenig Lehrerhilfe/Impulse – die Analogie in der Wärmelehre erschließen.

### Arbeitsauftrag

- [01] Untersuchen Sie mit der Infrarotkamera die Wärmeisolierung des Schulgebäudes? Sind Defizite zu erkennen – wie könnte man sie abstellen?
- [02] Untersuchen Sie mit der Infrarotkamera die Energieströme an einer Betonwand – mit und ohne Wärmeisolierung. Warum kann man solche Untersuchungen eigentlich nur in den Wintermonaten durchführen? Welche Rolle spielt dabei die Heizung?
- [03] Aus dem bisherigen Unterricht wissen Sie, dass die Energie niemals alleine fließt und dass es keinen Antrieb für einen Energiestrom gibt. Es fließt immer eine zweite mengenhafte Größe mit und für den Strom dieser zweiten mengenhaften Größe gibt es einen Antrieb. In der Elektrizitätslehre war diese zweite Mengen-hafte Größe die „Elektrizität“ oder „elektrische Ladung“  $Q$ . Der Antrieb war die elektrische Potenzialdifferenz  $\Delta\varphi$  (oder elektrische Spannung  $U$ ).

Aus der Elektrizitätslehre Ihres Physikunterrichts müssten Sie die Inhalte der linken Spalte der Tabelle 01 kennen. Diskutieren Sie diese Tabelle in Ihrem Team und füllen Sie dann völlig analog die rechte Spalte aus.

Diskutieren Sie mit Ihrem Team, von welchen physikalischen Größen die Entropie  $\Delta S$  abhängt, die in der Zeit  $\Delta t$  durch eine Wand mit der Fläche  $A$  und der Dicke  $d$  bei der Temperaturdifferenz  $\Delta T$  ( $\Delta T$  sehr klein; absolute Temperatur von  $T$ ) fließt. Welche Einheit hat der Proportionalitätsfaktor in diesem Ansatz?

- [04] Diskutieren Sie mit Ihrem Team, von welchen physikalischen Größen die thermische Energie  $\Delta E$  abhängt, die in der Zeit  $\Delta t$  durch eine Wand mit der Fläche  $A$  und der Dicke  $d$  bei der Temperaturdifferenz  $\Delta T$  ( $\Delta T$  sehr klein; absolute Temperatur von  $T$ ) fließt. Welche Einheit hat der Proportionalitätsfaktor in diesem Ansatz?

### Anwendung

- [05] Bestimmen Sie bei 20cm Beton den „Entropiestrom“ und die Energiestromstärke bei einer Hausfläche von  $100 \text{ m}^2$  <sup>1</sup>
- [06] Bestimmen Sie die Entropiestromstärke und die Energiestromstärke, wenn die Stahlbetonhülle mit 10 cm Wärmedämmung versehen wird. <sup>2</sup>
- [07] Formuliere eine Aufgabe für die anderen Teams in der Klasse
- [08] Bereite eine Plakatdemonstration vor, in der die Zusammenhänge bei der Wärmeisolierung eines Hauses veranschaulicht werden.

k-Wert 0,5 W/m <sup>2</sup> /K	$\lambda$ W/m/K	Dicke - d in m
Hartschaum	0,03	0,06
Mineralfaser	0,04	0,08
Fichtenholz	0,08	0,16
Gipsputz	0,34	0,68
Ytong	0,55	1,1
Ziegel	0,58	1,16
Kalksandstein	0,71	1,42
Beton	2,05	4,1

<sup>1</sup> 20cm Stahlbeton  $\rightarrow \lambda_{\text{Beton}}=1,5 \text{ W/m/K}$  -  $k=3,35 \text{ W / m}^2/\text{K}$  ... Wärmeverlust pro Tag; Hausaußenfläche von  $100\text{m}^2$  ... 241 kW/h

<sup>2</sup> Mit 10 cm Styrodur  $\rightarrow \lambda_{\text{d}}=1,5 \text{ W/m/K}$  -  $k=0,51 \text{ W / m}^2/\text{K}$  ...  $\Delta E$  pro Tag; Hausaußenfläche von  $100\text{m}^2$  ... 36,7 kW/h

## Analogie-Tabelle 01

	<i>Elektrizitätslehre</i>	<i>Wärmelehre</i>
[00]	elektrische Ladung – $Q$ - $[Q]=1C$	Entropie – $S$ - $[S] = 1 Ct$ oder $1 J/K$ ☺
[01]	elektrische Stromstärke – $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$	
[02]	elektrischer Widerstand - $R = \frac{\Delta \varphi}{I}$	
[03]	elektrischer Leitwert – $L = \frac{I}{\Delta \varphi}$	
[04]	<p>Für einen elektrischen Leiter der Querschnittsfläche <math>A</math> und der Länge <math>d</math> gilt:</p> $R = \rho \cdot \frac{d}{A} \quad \rho = \text{spezifischer elektrischer Widerstand}$ $[\rho] = \Omega \cdot \frac{m^2}{m} = \Omega \cdot m = \frac{V}{A} \cdot m = \frac{V \cdot m}{C/s}$ $L = \lambda_e \cdot \frac{A}{d} \quad \lambda_e = \text{spezifischer elektrischer Leitwert}$ $[\lambda_e] = Si \cdot \frac{m}{m^2} = \frac{Si}{m} = \frac{1}{\Omega \cdot m} = \frac{A}{V \cdot m} = \frac{Q/s}{V \cdot m}$	
[05]	<p>elektr. Energiestromstärke</p> $P = \frac{\Delta E}{\Delta t} \quad \text{mit } \Delta E = \Delta \varphi \cdot \Delta Q$ $P = \frac{\Delta \varphi \cdot \Delta Q}{\Delta t} \quad \text{oder } P = \Delta \varphi \cdot I$	
[06]	<p>Die elektrische Ladung <math>\Delta Q</math>, die durch ein Kabel mit der Länge <math>d</math> und der Querschnitts-Fläche <math>A</math> in der Zeit <math>\Delta t</math> bei einer Temperaturdifferenz von <math>\Delta T</math> durch das Kabel geht, ist direkt proportional zu <math>A</math>, <math>1/d</math>, <math>\Delta \varphi</math>, <math>\Delta t</math>. Damit bekommt man:</p> $\Delta Q = \lambda_e \cdot \frac{A}{d} \cdot \Delta \varphi \cdot \Delta t$ <p>Der Proportionalitätsfaktor ist der „spezifischer elektrischer Leitwert“ .... siehe oben!</p>	
[07]	<p>Reihenschaltung von Widerständen</p> $R_{\text{gesamt}} = R_1 + R_2$	<p>Reihenschalt. von Entropiewiderständen ... d.h. eine Isolierung mit <math>\lambda_1</math> sitzt auf einer Wand mit <math>\lambda_2</math></p> $R_{\text{gesamt}} = R_1 + R_2$ <p>... bitte explizit ausführen ... !</p>
[08]	<p>Parallelschaltung von Widerständen</p> $R_{\text{gesamt}} = (1/R_1 + 1/R_2)^{-1}$ <p>oder einfacher: <math>L_{\text{gesamt}} = L_1 + L_2</math></p> <p>In der E-Lehre ist die Berechnung sehr einfach, weil auf den Widerständen die Widerstandswerte stehen und man „nur noch rechnen muss“.</p>	<p>Parallelschalt. von Entropiewiderständen ... d.h. z.B. eine Hauswand besteht zum Teil aus einer großen Fensterfläche mit <math>\lambda_{S1}</math> und einer „Restwand“ mit <math>\lambda_{S2}</math></p> $R_{S\text{-gesamt}} = (1/R_{S1} + 1/R_{S2})^{-1}$ <p>oder einfacher: <math>L_{\text{gesamt}} = L_{S1} + L_{S2}</math></p> <p><small>In der Wärmelehre muss man die Formeln leider ausführen ... denn man weiß leider nur die spezifischen Werte und Abmessungen der Wände und Bauteile.</small></p>

## Analogie-Tabelle 01

	<b>Elektrizitätslehre</b>	<b>Wärmelehre</b>
[09]	elektrische Ladung – $Q$ - $[Q]=1C$	Entropie – $S$ - $[S] = 1 \text{ Ct}$
[10]	elektrische Stromstärke – $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$	Entropiestromstärke $I_S = \frac{\Delta S}{\Delta t}$
[11]	elektrischer Widerstand - $R = \frac{\Delta \varphi}{I}$	Entropie-Widerstand - $R_S = \frac{\Delta T}{I_S}$
[12]	elektrischer Leitwert – $L = \frac{I}{\Delta \varphi}$	Entropie-Leitwert – $L_S = \frac{I_S}{\Delta T}$
[13]	<p>Für einen elektrischen Leiter der Querschnittsfläche <math>A</math> und der Länge <math>d</math> gilt:</p> $R = \rho \cdot \frac{d}{A} \quad \rho = \text{spezifischer elektrischer Widerstand}$ $[\rho] = \Omega \cdot \frac{m^2}{m} = \Omega \cdot m = \frac{V}{A} \cdot m = \frac{V \cdot m}{C/s}$ $L = \lambda_e \cdot \frac{A}{d} \quad \lambda_e = \text{spezifischer elektrischer Leitwert}$ $[\lambda_e] = Si \cdot \frac{m}{m^2} = \frac{Si}{m} = \frac{1}{\Omega \cdot m} = \frac{A}{V \cdot m} = \frac{Q/s}{V \cdot m}$	<p>Für einen Wärme-Leiter der Querschnittsfläche <math>A</math> und der Länge <math>d</math> gilt:</p> $R_S = \rho_S \cdot \frac{d}{A} \quad \rho_S = \text{spezifischer Entropie-Widerstand}$ <p>mit der Einheit: <math>[\rho] = \frac{K \cdot m}{Ct/s}</math></p> $L = \lambda_S \cdot \frac{A}{d} \quad \lambda_S = \text{spezifischer Entropie Leitwert}$ <p>mit der Einheit: <math>[\lambda_S] = \frac{Ct/s}{m \cdot K}</math></p> <p>oder ...</p> $R_S = \frac{d}{\lambda_S} \cdot \frac{1}{A} \quad \lambda_S = \text{spezifischer Entropie Leitwert}$
[14]	<p>elektr. Energiestromstärke</p> $P = \frac{\Delta E}{\Delta t} \quad \text{mit } \Delta E = \Delta \varphi \cdot \Delta Q$ $P = \frac{\Delta \varphi \cdot \Delta Q}{\Delta t} \quad \text{oder } P = \Delta \varphi \cdot I$	<p>therm. Energiestromstärke</p> $P = \frac{\Delta E}{\Delta t} \quad \text{mit } \Delta E = \Delta S \cdot T$ $P = \frac{\Delta S \cdot T}{\Delta t} \quad \text{oder } P = I_S \cdot T$
[15]	<p>Die elektrische Ladung <math>\Delta Q</math>, die durch ein Kabel mit der Länge <math>d</math> und der Querschnitts-Fläche <math>A</math> in der Zeit <math>\Delta t</math> bei einer Temperaturdifferenz von <math>\Delta T</math> durch das Kabel geht, ist direkt proportional zu <math>A</math>, <math>1/d</math>, <math>\Delta \varphi</math>, <math>\Delta t</math>.</p> <p>Damit bekommt man:</p> $\Delta Q = \lambda_e \cdot \frac{A}{d} \cdot \Delta \varphi \cdot \Delta t$ <p>Der Proportionalitätsfaktor ist der „spezifischer elektrischer Leitwert“ .... siehe oben!</p>	<p>Die Entropie <math>\Delta S</math>, die durch eine Wand mit der Dicke <math>d</math> und der Fläche <math>A</math> in der Zeit <math>\Delta t</math> bei einer Temperaturdifferenz von <math>\Delta T</math> geht, ist direkt proportional zu <math>A</math>, <math>1/d</math>, <math>\Delta T</math>, <math>\Delta t</math>.</p> <p>Damit bekommt man:</p> $\Delta S = \lambda_S \cdot \frac{A}{d} \cdot \Delta T \cdot \Delta t$ <p><math>\lambda_S</math> ist der Proportionalitätsfaktor – wir nennen ihn spezifische Entropieleitwert ... siehe oben</p> $[\lambda_S] = \frac{Ct \cdot m}{m^2 \cdot K \cdot s} = \frac{Ct/s}{m \cdot K}$

## Energiediskussion

Energie fließt niemals alleine – es fließt immer ein zweite mengenhafte Größe mit – das wissen wir aus vielen Unterrichtsstunden. In der Wärmelehre wissen wir, dass diese zweite mengenhafte Größe die Entropie  $S$  ist – siehe oben ausgeführte Analogie.

Man kann sich aber auch direkt überlegen, von welchen Randbedingungen / physikalischen Größen der thermische Energiestrom durch eine Wand abhängt.

Die therm. Energie  $\Delta E$ , die durch eine Wand mit der Dicke  $d$  und der Fläche  $A$  in der Zeit  $\Delta t$  bei einer Temperaturdifferenz von  $\Delta T$  geht, ist direkt proportional zu  $A$ ,  $1/d$ ,  $\Delta T$ ,  $\Delta t$ .

Damit bekommt man:

$$\Delta E = \lambda \cdot \frac{A}{d} \cdot \Delta T \cdot \Delta t$$

$\lambda$  ist der Proportionalitätsfaktor – wir nennen ihn spezifischen Wärme-Leitwert (Wärmeleitfähigkeit).

$$[\lambda] = \frac{W \cdot m}{m^2 \cdot K} = \frac{W}{m \cdot K}$$

Man darf ihn aber nicht mit dem spezifischen Entropie-Leitwert verwechseln!

Der Zusammenhang der beiden spezifischen Leitwerte ergibt sich aus  $\Delta E = \Delta S \cdot T$  zu:

$$\lambda = \lambda_s \cdot T$$

## k-Werte

In der Literatur findet man oft neben dem spezifischen Wärmeleitwert (bzw. spezifischen Entropieleitwert) den sogenannten „Wärme k-Wert“ oder den „Entropie-k-Wert“.

Der Zusammenhang zwischen dem spezifischen Wärmeleitwert und dem k-Wert ergibt sich aus der

Gleichung:  $\lambda = k \cdot d$  oder  $\frac{1}{k} = \frac{d}{\lambda}$  oder  $k = \frac{\lambda}{d}$  mit der Einheit:  $[k] = \frac{W}{m^2 \cdot K}$

Der Wärmewiderstand einer Wand ergibt sich mit dem Wärme-k-Wert:  $R = \frac{1}{k} \cdot \frac{1}{A}$

oder für den Entropie-Widerstand  $R_s = \frac{1}{k_s} \cdot \frac{1}{A}$

## Grenzschicht (Luft-Schicht an der Wand) bei der Wärmeleitung

Die Luftschicht direkt an der Wand eines Hauses wirkt ebenfalls gewissermaßen als „Isolierschicht“. Diese „Grenzschicht“ muss man bei Berechnungen ebenfalls einbeziehen.

Der k-Wert dieser Grenzschicht wird in der Literatur als  $\alpha$  (Wärmeübergangskoeffizient gemessen in  $W/m^2/K$ ) bezeichnet. Für diesen  $\alpha$ -Wert ergibt sich in etwa:

- bei ruhender Luft =  $8 W/m^2/K$
- bei Wind bis zu  $140 W/m^2/K$
- Normwert bei Berechnungen:  $25 W/m^2/K$

## Reihenschaltung

[16]	Reihenschaltung von Widerständen $R_{\text{gesamt}} = R_1 + R_2$	Reihenschalt. von Entropiewiderständen ... d.h. eine Isolierung mit $\lambda_1$ sitzt auf einer Wand mit $\lambda_2$ $R_{\text{gesamt}} = R_1 + R_2$
[17]	In der E-Lehre sind die Widerstände explizit bekannt und sogar beschriftet. Deshalb sind hier die Überlegungen über den spezifischen Leitwert nicht notwendig.	$R_{\text{gesamt}} = \frac{1}{\lambda_{S1}} \cdot \frac{d_1}{A} + \frac{1}{\lambda_{S2}} \cdot \frac{d_2}{A} \text{ oder}$ $R_{\text{gesamt}} = \frac{1}{A} \cdot \left( \frac{d_1}{\lambda_{S1}} + \frac{d_2}{\lambda_{S2}} \right)$ <p>mit <math>R_S = \frac{\Delta T}{I_S}</math> und <math>I_S = \frac{\Delta S}{\Delta t}</math> und</p> $\Delta S = \lambda_S \cdot \frac{A}{d} \cdot \Delta T \cdot \Delta t \text{ ergibt sich:}$ $\frac{1}{A} \cdot \left( \frac{d_1}{\lambda_{S1}} + \frac{d_2}{\lambda_{S2}} \right) = \frac{\Delta T}{I_S}$ <p>folgt: <math>I_S = \frac{A \cdot \Delta T}{\left( \frac{d_1}{\lambda_{S1}} + \frac{d_2}{\lambda_{S2}} \right)}</math></p>
[18]	In der E-Lehre sind die Widerstände explizit bekannt und sogar beschriftet. Deshalb sind hier die Überlegungen über den spezifischen Leitwert nicht notwendig – es gilt einfach: $R_{\text{gesamt}} = R_1 + R_2$	<p>mit <math>P = \frac{\Delta E}{\Delta t}</math> u. <math>I_S = \frac{\Delta S}{\Delta t}</math> u. <math>\Delta E = \Delta S \cdot T</math> folgt:</p> $P = I_S \cdot T \text{ u. } P = \frac{A \cdot \Delta T \cdot T}{\left( \frac{d_1}{\lambda_{S1}} + \frac{d_2}{\lambda_{S2}} \right)} \text{ oder}$ $P = \frac{A \cdot \Delta T}{\left( \frac{d_1}{\lambda_1} + \frac{d_2}{\lambda_2} \right)}$
[19]		Bei den Berechnungen darf man nicht vergessen, dass die Luftschichten direkt an der Wand ebenfalls eine „Isolierung“ darstellen. Deshalb muss man einen Korrekturfaktor – siehe unten – in die Rechnung einführen, der gewissermaßen diese Luftschichten als zusätzliche Isolierung berücksichtigt.

## Parallelschaltung

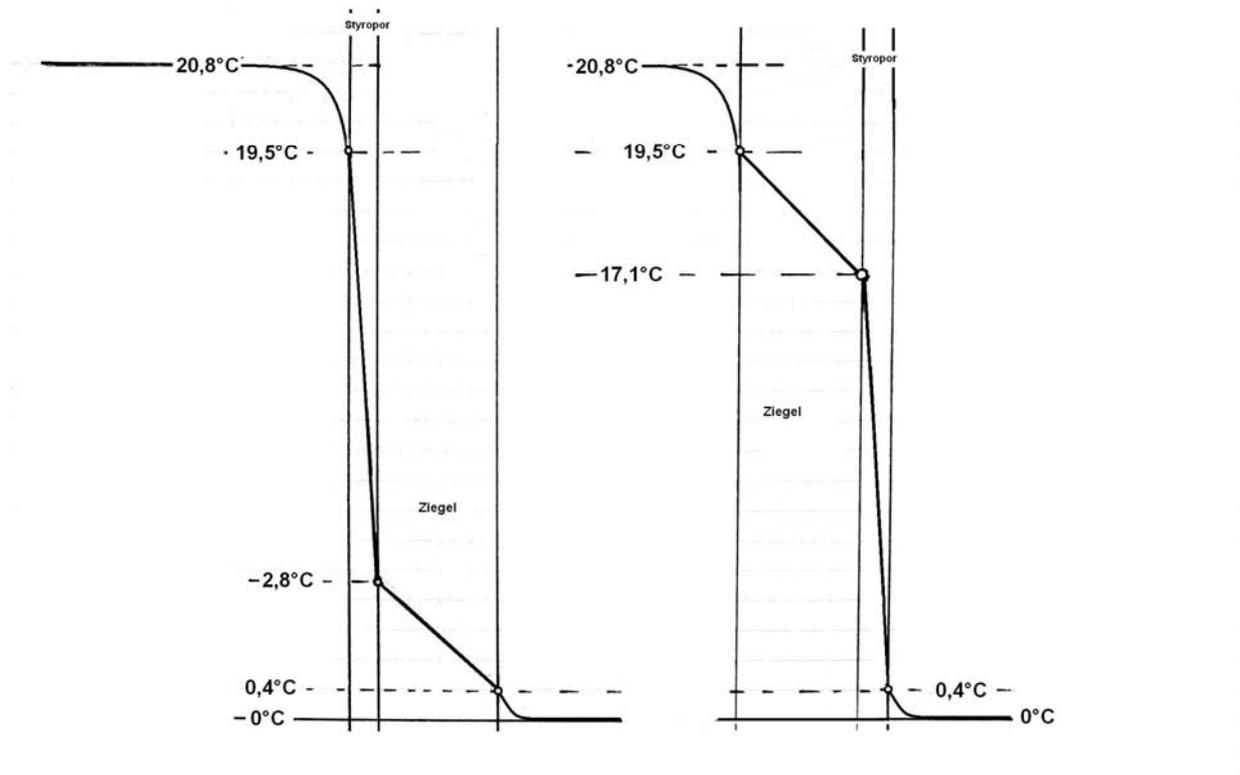
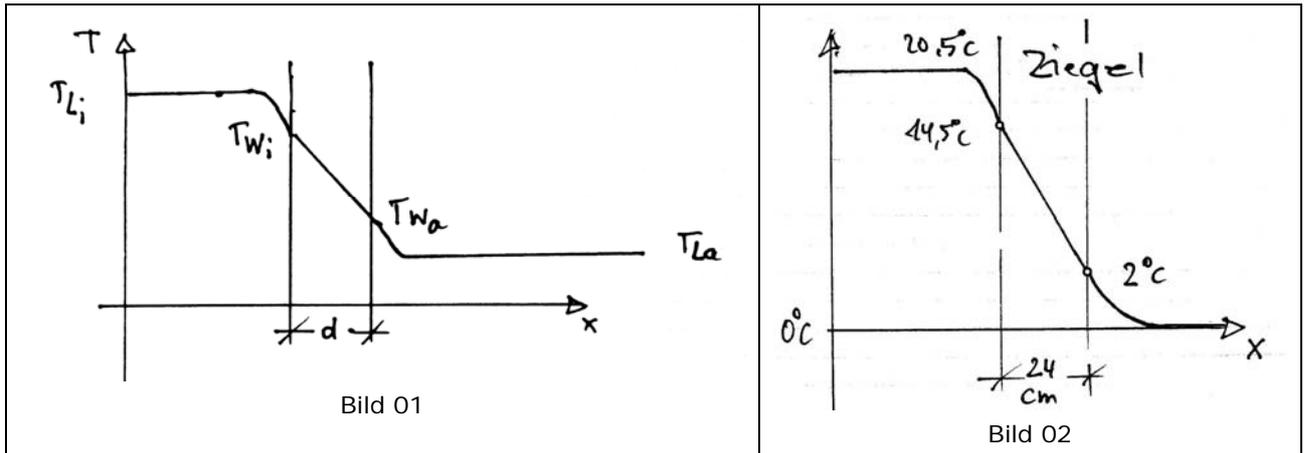
[20]	<p>Parallelschaltung von Widerständen  <math>R_{\text{gesamt}} = (1/R_1 + 1/R_2)^{-1}</math>          oder einfacher  <math>L_{\text{gesamt}} = L_1 + L_2</math></p>	<p>Parallelschalt. von Entropiewiderständen ... d.h. z.B. eine Hauswand besteht zum Teil aus einer großen Fensterfläche mit <math>\lambda_{S1}</math> und einer „Restwand“ mit <math>\lambda_{S2}</math>  <math>R_{S\text{-gesamt}} = (1/R_{S1} + 1/R_{S2})^{-1}</math>          oder einfacher  <math>L_{S\text{-gesamt}} = L_{S1} + L_{S2}</math></p>
[21]	<p>Bei der Parallelschaltung von elektrischen Widerständen ist es zweckmäßig, wenn man die elektrischen Leitwerte addiert.          Damit vermeidet man die „Nenner-Formel“ und erhält eine einfache Addition der Leitwerte.</p>	$L_{S\text{-gesamt}} = \frac{\lambda_{S1}}{d_1} \cdot A + \frac{\lambda_{S2}}{d_2} \cdot A \text{ oder}$ $L_{S\text{-gesamt}} = A \cdot \left( \frac{\lambda_{S1}}{d_1} + \frac{\lambda_{S2}}{d_2} \right)$ <p>mit <math>L_S = \frac{I_S}{\Delta T}</math> und <math>I_S = \frac{\Delta S}{\Delta t}</math> und</p> $\Delta S = \lambda_S \cdot \frac{A}{d} \cdot \Delta T \cdot \Delta t \text{ ergibt sich:}$ $A \cdot \left( \frac{\lambda_{S1}}{d_1} + \frac{\lambda_{S2}}{d_2} \right) = \frac{I_S}{\Delta T}$ <p>folgt: <math>I_S = A \cdot \Delta T \cdot \left( \frac{\lambda_{S1}}{d_1} + \frac{\lambda_{S2}}{d_2} \right)</math></p>
[22]	<p>In der E-Lehre sind die Widerstände explizit bekannt und sogar beschriftet. Die Leitwerte kann man als Kehrwerte der elektrischen Widerstände leicht ausrechnen.          Deshalb sind hier die Überlegungen über den spezifischen Leitwert nicht notwendig – es gilt einfach:  <math>R_{\text{gesamt}} = (1/R_1 + 1/R_2)^{-1}</math>          oder einfacher  <math>L_{\text{gesamt}} = L_1 + L_2</math></p>	<p>mit <math>P = \frac{\Delta E}{\Delta t}</math> u. <math>I_S = \frac{\Delta S}{\Delta t}</math> u. <math>\Delta E = \Delta S \cdot T</math> folgt:</p> $P = I_S \cdot T \text{ u. } P = A \cdot \Delta T \cdot T \cdot \left( \frac{\lambda_{S1}}{d_1} + \frac{\lambda_{S2}}{d_2} \right) \text{ oder}$ $P = A \cdot \Delta T \cdot \left( \frac{\lambda_1}{d_1} + \frac{\lambda_2}{d_2} \right)$

## weitere Formeln ... aus der Literatur (nicht verwirren lassen ☺)

### Tabellen

	Es wurden hier Körper gewählt, die den gleichen k-Wert von $0,5 \text{ W/m}^2/\text{K}$ haben – das ist natürlich nur möglich, wenn man die unterschiedlichen Materialien unterschiedlich Dick wählt!	Dicke - d in m	Wärmeleitfähigkeit - $\lambda$ Wärmeleitwert in $\text{W/m/K}$	Entropieleitfähigkeit Entropieleitwert $\lambda_s$ in $\text{W/m/K}^2$
	Hartschaum	0,06	0,03	0,00011
	Mineralfaser	0,08	0,04	0,00015
	Fichtenholz	0,16	0,08	0,00029
	Gipsputz	0,68	0,34	0,0013
	Ytong	1,1	0,55	0,0020
	Ziegel	1,16	0,58	0,0021
	Kalksandstein	1,42	0,71	0,0026
	Beton	4,1	2,05	0,0075

# Material - Bilder - Tabelle



## Hinweise

k-Wert z.B.  $0,8 \text{ W} / \text{m}^2/\text{K}$